

Teorema 6.6. *Neka je funkcija f neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b]$ i diferencijabilna na otvorenom intervalu (a, b) .*

- *Ako je $f'(x) > 0$ za sve $x \in (a, b)$, tada je f monotonno rastuća funkcija na intervalu $[a, b]$.*
- *Ako je $f'(x) < 0$ za sve $x \in (a, b)$, tada je f monotonno opadajuća funkcija na intervalu $[a, b]$.*

Za dokaz ove teoreme videti zadatak 6.44.

Teorema 6.7. *Neka je funkcija f neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b]$ i diferencijabilna na otvorenom intervalu (a, b) .*

- *Ako je funkcija f rastuća na $[a, b]$, tada je $f'(x) \geq 0$ za sve $x \in (a, b)$.*
- *Ako je funkcija f opadajuća na $[a, b]$, tada je $f'(x) \leq 0$ za sve $x \in (a, b)$.*

Definicija 6.3. *Broj $c \in (a, b)$ je kritičan broj funkcije $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ako je ili $f'(c) = 0$ ili $f'(c)$ ne postoji.*

Potreban uslov za postojanje lokalne ekstremne vrednosti funkcije daje sledeća teorema.

Teorema 6.8. *Ako je funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna na $[a, b]$ i ima lokalni ekstrem (maksimum ili minimum) u tački $c \in (a, b)$, tada je c kritičan broj funkcije f .*

Dovoljne uslove za postojanje lokalne ekstremne vrednosti funkcije daju sledeće dve teoreme.

Teorema 6.9. *Neka je c kritičan broj funkcije f i neka je (a, b) otvoren interval koji sadrži tačku c . Neka je dalje funkcija f neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b]$ i diferencijabilna na otvorenom intervalu (a, b) , osim možda u c .*

- *Ako je $f'(x) > 0$, za $x \in (a, c)$ i $f'(x) < 0$ za $x \in (c, b)$, tada je $f(c)$ lokalni maksimum funkcije f .*
- *Ako je $f'(x) < 0$, za $x \in (a, c)$ i $f'(x) > 0$ za $x \in (c, b)$, tada je $f(c)$ lokalni minimum funkcije f .*
- *Ako je $f'(x) < 0$, ili $f'(x) > 0$, za sve $x \in (a, b)$, izuzev možda u tački c , tada $f(c)$ nije lokalni ekstrem funkcije f .*

Teorema 6.10. *Neka je funkcija f dva puta diferencijabilna funkcija na intervalu (a, b) , koji sadrži tačku c i neka je $f'(c) = 0$.*

- *Ako je $f''(c) < 0$, tada funkcija f ima lokalni maksimum u c .*
- *Ako je $f''(c) > 0$, tada funkcija f ima lokalni minimum u c .*

Teorema 6.11. *Neka funkcija f ima u tački c sve izvode do reda $n > 2$, i neka važi*

$$f'(c) = f''(c) = \dots = f^{(n-1)}(c) = 0, \quad \text{ali } f^{(n)}(c) \neq 0.$$

- *Ako je n paran broj, tada c jeste ekstremna vrednost funkcije f .*
- *Ako je n neparan broj, tada c nije ekstremna vrednost funkcije f .*